2856. *Proposed by Óscar Ciaurri, Universidad de La Rioja, Logroño, Spain.*

Let $a_k = \dfrac{q^k-1}{q-1}$, where q is a real number, $q \neq 1$. For integers $n \geq 0$ and $k \geq 1$, define $C_{n,k}$ as follows: $C_{n,1} = 1$, $C_{0,k} = 0$ for $k \geq 2$, and $C_{n,k} = \sum\limits_{j=0}^{n-1} \dfrac{a_{k-1}^j}{a_k^{j+1}} C_{j,k-1}$ for $n \geq 1$ and $k \geq 2$.

Show that

$$C_{n,k} \;=\; -(q-1)^{k-1} \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{q^i-1}{q^k-1}\right)^n \frac{q^i \left\{ q^{-k}, q \right\}_i}{\left\{ q, q \right\}_{i-1} \left\{ q, q \right\}_k}\,,$$

where $\left\{ a, q \right\}_0 = 1$ and $\left\{ a, q \right\}_i = (1-a)(1-aq)\cdots(1-aq^{i-1})$ for $i \geq 1$.

. . . .

Soit q un nombre réel différent de 1 et $a_k = \dfrac{q^k-1}{q-1}$. Pour des entiers $n \geq 0$ et $k \geq 1$, on définit $C_{n,k}$ par $C_{n,1} = 1$, par $C_{0,k} = 0$ si $k \geq 2$, et par $C_{n,k} = \sum\limits_{j=0}^{n-1} \dfrac{a_{k-1}^j}{a_k^{j+1}} C_{j,k-1}$ si $n \geq 1$ et $k \geq 2$.

Montrer que

$$C_{n,k} \;=\; -(q-1)^{k-1} \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{q^i-1}{q^k-1}\right)^n \frac{q^i \left\{ q^{-k}, q \right\}_i}{\left\{ q, q \right\}_{i-1} \left\{ q, q \right\}_k}\,,$$

où $\left\{ a, q \right\}_0 = 1$ et $\left\{ a, q \right\}_i = (1-a)(1-aq)\cdots(1-aq^{i-1})$ si $i \geq 1$.

2857. *Proposed by Toshio Seimiya, Kawasaki, Japan.*

Let O be an interior point of $\triangle ABC$, and let D, E, F, be the intersections of AO, BO, CO with BC, CA, AB, respectively.

Suppose that P and Q are points on the line segments BE and CF, respectively, such that $\dfrac{BP}{PE} = \dfrac{CQ}{QF} = \dfrac{DO}{OA}$.

Prove that $PF \parallel QE$.

. . . .

Soit O un point intérieur du triangle ABC, et soit D, E et F, les intersections de AO, BO et CO avec BC, CA et AB, respectivement.

On suppose que P et Q sont des points sur les segments BE et CF, respectivement, tels que $\dfrac{BP}{PE} = \dfrac{CQ}{QF} = \dfrac{DO}{OA}$.

Montrer que $PF \parallel QE$.